Konspekt lekcji matematyki

Temat: Rozkład liczby na czynniki pierwsze

Temat lekcji: Rozkład liczby na czynniki pierwsze

Uprzednio zrealizowane treści nauczania:
- dzielniki liczby
- cechy podzielności przez 2, 3, 4, 5, 9, 10 oraz 100
- liczby pierwsze i liczby złożone

Cele:
- zapoznanie uczniów z pojęciem rozkładu liczby na czynniki pierwsze
- kształtowanie umiejętności przedstawiania liczby złożonej w postaci iloczynu liczb pierwszych

Metody pracy:
- wyjaśnianie
- metoda heurystyczna
- rozwiązywanie zadań z komentowaniem
- ćwiczenia praktyczne

Formy pracy:
- praca zbiorowa
- praca w grupach
- praca indywidualna

Środki dydaktyczne:
- kartoniki z liczbami pierwszymi, złożonymi oraz liczbą 1

Czas trwania zajęć: 45 minut
Klasa: V
Liczba uczestników: około 24

Przebieg zajęć:

Część wprowadzająca:

1. Przypomnienie wiadomości o dzielnikach

Przypomnijmy sobie, co wiemy na temat dzielników liczby. Co to jest dzielnik liczby? Jakie są dzielniki liczby 8? (nauczyciel pisze na tablicy liczbę 8). Świetnie - zgadza się, liczba 8 ma cztery dzielniki: 1, 2, 4 i 8 (nauczyciel pisze na tablicy wymienione przez dzieci dzielniki).

2. Przypomnienie wiadomości o cechach podzielności liczby przez 2, 3, 4, 5, 9, 10 oraz 100

Skoro już przypomnieliśmy sobie, czym są dzielniki liczby, to teraz powtórzmy, jakie znacie cechy podzielności liczb. Kiedy liczba dzieli się przez 2? (nauczyciel wskazuje wybrane dziecko do odpowiedzi)
Doskonale, a kiedy liczba dzieli się przez 3 lub 9? (ponownie nauczyciel wybiera dziecko do odpowiedzi i tak postępuje przy kolejnych dzielnikach)

3. Przypomnienie wiadomości o liczbach pierwszych i złożonych

Wiemy już, co to są dzielniki liczby, przypomnieliśmy sobie cechy podzielności liczb, zatem został nam ostatni bardzo ważny temat do utrwalenia. Czym się charakteryzują liczby pierwsze? Zgadza się, liczby pierwsze to takie, które mają dokładnie dwa dzielniki: 1 i siebie, np. liczbą pierwszą jest liczba 3, bo dzieli się tylko przez 1 i przez 3.
Czym natomiast charakteryzują się liczby złożone? (nauczyciel pyta klasę). Macie oczywiście rację, to wszystkie te liczby, które mają więcej niż dwa dzielniki, np. liczba 4 – dzieli się przez 1, 2 oraz 4.
Zobaczcie, przygotowałam kartoniki z różnymi liczbami (nauczyciel rozdaje po jednym zestawie kartoników na parę uczniów).

12	**40**	**76**	**48**	**88**	**49**
26	**35**	**57**	**95**	**70**	**1**
2	**3**	**17**	**29**	**61**	**5**

Podzielcie te kartoniki na dwie grupy: liczby pierwsze oraz liczby złożone. Pracujecie w parach. (po zakończeniu nauczyciel wybiera parę dzieci i prosi o odczytanie liczb – pozostała część klasy sprawdza poprawność wykonanego zadania)
Czy wszystkie kartoniki zostały rozdzielone, czy może któryś kartonik nie został przydzielony do żadnej z dwóch grup? Zgadza się – pozostał kartonik z liczbą 1. Dlaczego liczba 1 nie została przydzielona do żadnej z grup? A czy jest jeszcze jakaś liczba, która tak jak 1 nie jest ani liczbą pierwszą, ani liczbą złożoną? Jaka to liczba?
Znakomicie – teraz możemy przejść do naszego dzisiejszego tematu lekcji. (nauczyciel zapisuje temat lekcji na tablicy, a uczniowie przepisują go do zeszytów)

Część zasadnicza:

1. Rozkład liczby na czynniki pierwsze

Dzisiaj nauczę was rozkładać liczby na czynniki pierwsze.
Co to są czynniki? Czynniki to liczby, które mnożymy.
Przed chwilą mówiliśmy o liczbach pierwszych, a zatem czym mogą być czynniki pierwsze?
A czym może być rozkład liczby na czynniki pierwsze?
Rozłożyć liczbę na czynniki to nic innego jak przedstawić ją w postaci iloczynu jej dzielników.
Popatrzcie: liczbę 12 mogę zapisać jako iloczyn liczby 2x6, ale czy to byłby rozkład na czynniki pierwsze? Macie rację – nie. Nie, bo jeden z tych czynników nie jest liczbą pierwszą.
Mogę jeszcze liczbę 12 zapisać jako iloczyn 3x4. Czy w tym przypadku jest to rozkład na czynniki pierwsze? Również nie.
W jednym i drugim przypadku, mogę jeszcze rozłożyć na czynniki pierwsze liczby: 6 i 4.
Wówczas otrzymamy:
12 = 2x6 = 2x2x3 lub
12 = 3x4 = 3x2x2.

Czy zapisane iloczyny są takie same? Czy kolejność liczb w mnożeniu, wpływa na wynik końcowy? Macie rację – nie. Zatem iloczyn 2x2x3 jest równy iloczynowi 3x2x2.

Spróbujcie teraz w zeszytach rozłożyć na czynniki pierwsze, czyli zapisać liczby w postaci iloczynu liczb pierwszych: 18, 24 oraz 32. Możecie najpierw rozłożyć te liczby na dwa czynniki, a potem rozkładać dalej, tak jak robiliśmy to w przypadku liczby 12. (Nauczyciel daje dzieciom kilka minut na rozwiązanie zadania, a następnie prosi wybrane dzieci, aby przedstawiły rozkład na tablicy)
18 = 2x9 = 2x3x3
24 = 4x6 = 2x2x3x2
32 = 4x8 = 2x2x2x4 = 2x2x2x2x2
Czy wszyscy rozłożyliście liczby na czynniki w taki sam sposób? Nie. No tak, można było np. 24 rozłożyć najpierw na 12x2.
Ale czy wasz ostateczny rozkład jest taki sam, jak ten przedstawiony na tablicy? Tak, do rozkładu na czynniki pierwsze tych liczb, można było dojść różną drogą.
Widzę, że świetnie sobie radzicie z rozkładem liczby na czynniki pierwsze.
A jak to będzie w przypadku dużych liczb?
Weźmy dla przykładu liczbę 756 – czy uważacie, że rozłożenie tej liczby na czynniki pierwsze, w sposób, który widzicie na tablicy, byłoby łatwym zadaniem? Dla wielu z was byłoby to trudne zadanie, dlatego zapoznam was ze sposobem rozkładu liczby na czynniki pierwsze, który będzie wygodniejszy, łatwiejszy, w którym wykorzystywać będziecie cechy podzielności liczb, które już znacie.

2. Rozkład dużych liczb na czynniki pierwsze —zapis przy pionowej kresce

Duże liczby łatwiej jest rozłożyć na czynniki pierwsze stosując zapis przy pionowej kresce.
Zobaczcie zapiszę teraz wspomnianą już liczbę 756, a obok niej narysuję pionową linię.
Rozpocznę rozkładanie liczby od sprawdzenia, czy dzieli się ona przez najmniejszą liczbę pierwszą, czyli przez 2. Dzieli się? No to ją podzielę. Wynik dzielenia zapiszę po lewej stronie linii/kreski. Teraz dalej będę sprawdzać, czy otrzymana liczba dzieli się przez 2. Co wy na to? Dzieli się, więc podzielę i wynik zapiszę pod 378. Czy otrzymaną liczbę mogę znowu podzielić przez 2? Nie. A skąd to wiecie? Nie jest parzysta. W takim razie muszę sprawdzić, czy dzieli się przez kolejną liczbę pierwszą, czyli przez 3. Dzieli się? Macie rację, dzieli się bo suma cyfr w liczbie 189 jest podzielna przez liczbę 3. Zatem dzielę liczbę 189 przez 3, a wynik zapisuję pod 189. Czy otrzymaną liczbę, mogę znowu podzielić przez 3? Mogę, bo suma cyfr w liczbie 63 jest podzielna przez 3. Znowu – wynik tego dzielenia zapisuję po lewej stronie linii/kreski, czyli pod 63. Teraz sprawdzam, czy liczba 21 jest jeszcze podzielna przez 3. Macie rację – jest, więc ją dzielę i wynik zapisuje pod 21. Co otrzymałam? Mam liczbę 7 – jest to liczba pierwsza, zatem mogę ją podzielić wyłącznie przez nią samą lub 1. Ponieważ 1 nie jest liczbą pierwszą, dzielę ją przez 7, a wynik zapisuję pod 7.

Rozkład liczby na czynniki pierwsze za pomocą kreski uważa się za skończony, jeśli po jej lewej stronie otrzymamy 1.

756	2
378	2
189	3
63	3
21	3
7	7
1	

Liczbę 756 mogę zatem przedstawić jako iloczyn następujących liczb: 2x2x3x3x3x7.

Zróbmy wspólnie na tablicy jeszcze jeden rozkład. Rozłóżmy na czynniki pierwsze liczbę 126.
Tym razem jednak, to wy będziecie mi mówić, przez jaką liczbę pierwszą powinnam dzielić.

Zapisuję zatem 126, a po jej prawej stronie rysuję pionową kreskę. Słucham – przez jaką liczbę powinnam najpierw spróbować podzielić liczbę 126? Macie rację, przez 2. Czy 126 jest podzielne przez 2? Tak jest, zatem ją dzielę. Wynik zapisuję pod 126. Co dalej? Mówicie, że przez 2 już nie mogę. Dobrze, więc przez co mam teraz podzielić liczbę 63? Słyszę, że przez 3, zatem dzielę. Wynik zapisuję pod 63. Co teraz? Mam znowu podzielić przez 3? Dobrze, dzielę więc przez 3 i wynik zapisuję pod 21. A co teraz mam zrobić? Podzielić przez 7? Zgadza się, macie rację. Otrzymałam po lewej stronie liczbę 1, co oznacza koniec rozkładu.
Bardzo dobrze sobie poradziliście.

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Liczbę 126 mogę zatem przedstawić jako iloczyn następujących liczb: 2x3x3x7.

Spróbujcie teraz w zeszytach samodzielnie rozłożyć na czynniki pierwsze liczbę 42 oraz 80, w poznany przed chwilą sposób.
(Nauczyciel sprawdza prawidłowość wykonywanego zadania, chodząc po klasie i zerkając na zapis dzieci. Jeśli któremuś dziecku sprawia to trudność, pomaga indywidualnie przy ławce.)

Kto chciałby przedstawić na tablicy rozkład liczby 42? (uczeń podchodzi do tablicy i zapisuje rozkład liczby 42)

$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

42 = 2x3x7

Bardzo dobrze. Kto chciałby przedstawić rozkład na czynniki pierwsze liczbę 80? (do tablicy podchodzi kolejne dziecko i zapisuje rozkład liczby 80)

$$\begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

80 = 2x2x2x2x5

Bardzo dobrze. Czy klasa zgadza się z takim zapisem? Co sądzicie? Jest poprawnie zrobiony? Oczywiście, że tak – macie rację.

3. Utrwalenie poznanych zasad - ćwiczenia

Otwórzcie teraz książki na stronie 57 i spójrzcie na zadanie 2 i znajdująca się obok niego ramkę.

65 = 5x13
228 = 2x2x3x19

2. Korzystając z rozkładów na czynniki pierwsze liczb 65 i 228, podaj rozkład na czynniki pierwsze następujących liczb:

a) 12x65 b) 228^2 c) 65x228

Jak sądzicie, czy aby rozwiązać to zadanie, należy obliczyć wartość podanych iloczynów?
Zdania są podzielone. Rację mają te osoby, które twierdzą, że nie ma potrzeby obliczać podanych wartości iloczynów.
Popatrzcie, mamy w tym zadaniu przedstawiony rozkład dwóch liczb 65 i 228. Są one podane po to, aby właśnie nie wykonywać obliczeń poszczególnych iloczynów, tylko wykorzystać zapisane rozkłady do poniższych przykładów.

Spróbujmy rozwiązać zadanie z podpunktu a).
a) 12x65.
Czy ktoś z was ma pomysł, jak można się za to zabrać?
Czy można jakoś skorzystać z informacji zawartej w ramce?
Czy możemy zastąpić którąś z liczb zapisem z ramki? Zgadza się, liczbę 65 możemy zapisać za pomocą iloczynu liczb 5 i 13.
Co dalej? Co teraz należy zrobić, aby iloczyn liczb 12 i 65 był przedstawiony wyłącznie za pomocą liczba pierwszych? Macie rację, należy rozłożyć liczbę 12 na czynniki pierwsze.
Powiedzcie, jak ostatecznie wygląda rozkład liczby 12? Zgadza się: 2x2x3.
Zatem, skoro mamy podać rozkład na czynniki pierwsze liczbę 12x65, musimy zestawić ze sobą rozkłady liczby 12 i liczby 65 i połączyć je znakiem mnożenia:
12x65 = 2x2x3x5x13

Popatrzcie teraz na podpunkt b.
b) 228^2
Przypomnijmy sobie, co oznacza potęga. Co oznacza taki zapis?
Czy można zapisać ten przykład w inny sposób? Macie rację. Liczbę 228 podniesioną do drugiej potęgi, możemy zapisać jako 228 x 228. Co dalej? Czy macie pomysł, jak przedstawić ten iloczyn za pomocą liczb pierwszych? Czy musimy wykonać to mnożenie? Czy może i w tym przypadku można skorzystać z powyższej ramki? Zgadza się, wykorzystujemy rozkład liczby 228 podany w ramce i dwukrotnie łączymy go ze sobą za pomocą znaku mnożenia.

228^2 = 2x2x3x19x2x2x3x19
Możemy teraz uporządkować ten zapis, od najmniejszej do największej liczby:
228^2 = 2x2x2x2x3x3x19x19

Podpunkt c)
Ten przykład spróbujcie rozwiązać samodzielnie w zeszytach. (nauczyciel w trakcie wykonywania przez uczniów tego przykładu, podchodzi do ławek i sprawdza, jak uczniowie radzą sobie z zadaniem; w razie potrzeby pomaga indywidualnie)
Widzę, że wszyscy wykonali już zadanie, dlatego proszę jednego z was, aby zapisał rozkład na tablicy.
(podchodzi uczeń do tablicy i zapisuje rozkład liczby 65x228)
65x228 = 5x13x2x2x3x19 = 2x2x3x5x13x19

Bardzo dobrze. Czy wszyscy mają w taki sam sposób przedstawiony rozkład? Jeśli ktoś nie uporządkował liczb od najmniej do największej, to proszę teraz to uzupełnić.

Część końcowa:

1. Podsumowanie wiadomości o rozkładzie liczb na czynniki pierwsze

Podsumujmy wszystko, o czym dzisiaj mówiliśmy.
Powiedzcie proszę, co oznacza sformułowanie: rozłożyć liczbę na czynniki pierwsze?
Jakie liczby można rozłożyć na czynniki pierwsze?
Jakie poznaliście sposoby rozkładu liczb na czynniki pierwsze?
Macie doskonałą pamięć :)
Każdą liczbę złożoną można rozłożyć na czynniki pierwsze, tzn. przedstawić ją w postaci iloczynu liczb pierwszych.
W przypadku większych liczb stosujemy rozkład przy pionowej kresce.

Zadanie domowe:

Zadanie domowe z zeszytu ćwiczeń.

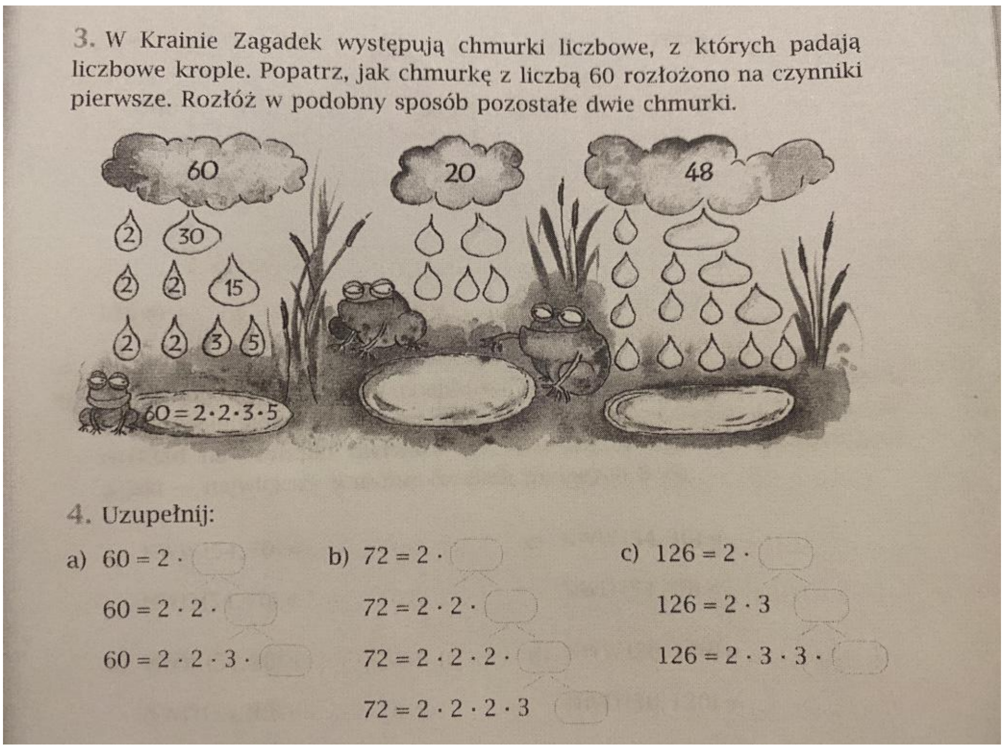
Zad. 1,2, 3 i 4 str. 41

1. Rozłóż podane liczby na czynniki pierwsze, tzn. zapisz je w postaci iloczynu liczb pierwszych.

a) 18 =   d) 51 =
b) 12 =   e) 35 =
c) 21 =   f) 48 =

2. Korzystając z rozkładów liczb otrzymanych w zadaniu 1, ustal, jaki rozkład na czynniki pierwsze mają następujące liczby:

a) 18x12 =   d) 25^2 =
b) 21x50 =   e) 21^3 =
c) 35x48 =   f) 35^2 x 21^2 =


3. W Krainie Zagadek występują chmurki liczbowe, z których padają liczbowe krople. Popatrz, jak chmurkę z liczbą 60 rozłożono na czynniki pierwsze. Rozłóż w podobny sposób pozostałe dwie chmurki.

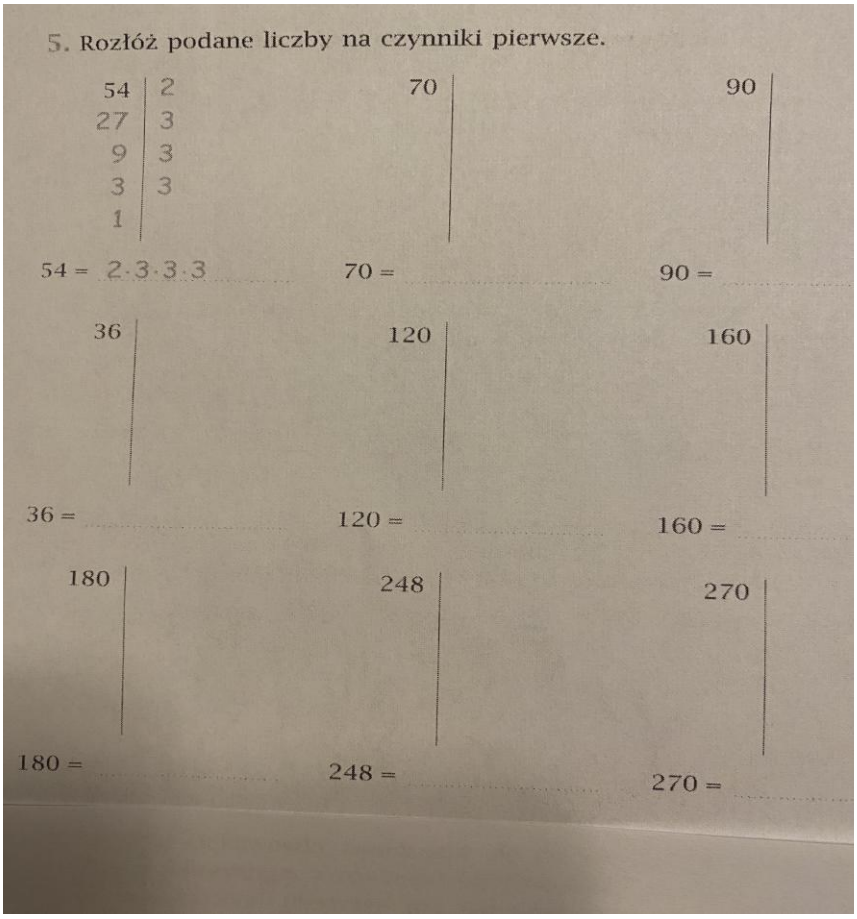
4. Uzupełnij:

a) $60 = 2 \cdot$
$60 = 2 \cdot 2 \cdot$
$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot$

b) $72 = 2 \cdot$
$72 = 2 \cdot 2 \cdot$
$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot$
$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

c) $126 = 2 \cdot$
$126 = 2 \cdot 3$
$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot$

zad. 5 str. 42



5. Rozłóż podane liczby na czynniki pierwsze.

54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

70

$70 =$ ...

90

$90 =$ ...

36

$36 =$ ...

120

$120 =$ ...

160

$160 =$ ...

180

$180 =$ ...

248

$248 =$ ...

270

$270 =$ ...

Na kolejnej lekcji :

- NWD –największy wspólny dzielnik,
- NWW – najmniejsza wspólna wielokrotność (wyznaczanie NWW na podstawie rozkładu liczb na czynniki pierwsze)
- wykonanie zadań: 4 i 6 ze strony 57
- wykonanie ćwiczenia 6 ze strony 42.

Źródła:

Matematyka z plusem – podręcznik. Wydawnictwo GWO
Matematyka z kluczem – podręcznik. Wydawnictwo Nowa Era
Matematyka z plusem – zeszyt ćwiczeń. Wydawnictwo GWO

Konspekt opracowała:

Marlena Waszak